まえがき

先の2つの編では，惑星と月の理論を述べたので，他の衛星や彗星の理論を述べることが残っている．これがこの巻の主要目的である．すべての衛星の中で，地球の衛星以外に，最も興味があるのは，木星の衛星である．望遠鏡が天中に発見したというこれらの星の最初の観測は2世紀もさかのぼらない．それらの食を発見したのは150年も数えない．しかしこの短かい期間の間に，それらの公転の敏速さによって，衛星系がその像である惑星系の中で，時間が，非常にゆっくりとしか展開しないすべての大きな変化をわれわれに見せてきた．それらの頻繁な食は，これらの天体から木星まで観測される離角では決して得られない精度でそれの主要な不規則を知らせてくれた．それの理論を与えるために，筆者は，まず，それらの運動の微分方程式を与え，次にそれを積分して，それらのいろいろな不規則に到達した．これらは惑星や月のそれらとは少し異なるが，しかし木星の最初の3つの衛星の平均運動が互いにもつ比率は，これらの不規則の中のいくつかのものには大きな値を与え，それはすべてのそれらの理論に1つの大きな影響をもっている．これらの運動は連星に近い進行である．これから生ずる多数の不規則が非常に大きく，その周期は互いに異なり，たった1つで437.659日の食に変わる．ブラッドリー（Bradley）は最初と2番目の衛星の食の回帰でこの周期に注目した最初の人であった．次いで，ワルゲンチン（Wargentin）は，あの日，周期が関係する不規則の法則を発表し，これは最初の3つの衛星の相互作用が原因であるとした．しかし解析手法が，この目的としては十分進歩していなかったので，解析できなかった．その後，数学者が研究を進め，木星の衛星の摂動力にこれを応用することにより，これらの不規則が，観測者に対して第1の提供物になったように，彼らの研究に最初に出現したものになった．ここでは，筆者がその重要さを必要とするものを広く展開する．

これらの結合によって，天体の運動の理論の中で，今まで奇妙だと思われていたものが，固有のものであるという結果になった．第1の衛星の平均運動に第3のそれの運動の2倍を加えると第2のそれの運動の3倍に等しくなろう．もしこれらの運動が正しく連星で進んでいるのであればである．しかし，この不規則は進行それ自身よりは比較にならないほど近く，またそのわずかな違いは観測値の誤差の限界内にある．同じように奇妙なことは，木星の衛星の発見以来，第1のものの平均黄経から第2のもの黄経の3倍を引き，第3のそれの2倍を加えると2直角と差がほとんど見分けがつかないことである．これら3つの物体の元の運動が正しく，これらの不規則を満たしていることしか，実際に，認めることができない．それらがかなり近接していて，かつ，さらに，惑星の相互作用がこれらの規則性を正確なものにしていたと考えるのがより自然である．これが，すでに第2編の第8章の中でみたように，筆者が解析で確認したことであった．筆者は，ここで，この興味ある事柄について紹介するがそのとき，別の方法を用いるが，その方法はこれによる結果が同編のそれと一致していることで実証されているものである．先述の等式の中の恒星の平均運動と平均黄経の代わりに，朔望の平均運動と平均黄経を代入し，一般に，任

意の法則に従って，3つの衛星の運動と黄経を可動軸に関係づけることができる．このことにより，これらは決して一度に食になりえないことになる．しかし第2と第3が同時食のとき，第1のものは，いつも，木星と合になっている．第1は，他の2つの衛星によって木星上に作られる太陽の瞬間的な食では，いつも反対側にいる．

平均運動と元期は24の不定定数のうちの6つを作り，4つの衛星の運動の12の微分方程式の積分がこれらの不定定数を含むはずである．先述の関係がこれらの定数の間に2つの条件方程式をうちたて，これがそれを22に減らす．しかしこれらの方程式が消去する不定定数は筆者が惑星の秤動と名づけるもので，その周期は6年とちょっと超えた値である．この不規則は3つの最初の衛星の間で，それらの質量やそれらの距離に関係した比率で振り分けられる．ドランブル（Delambre）が観測値の中で解明しようとしたすべての研究は実らなかった．その値は非常に小さいに違いない．したがって，原点では3つの最初の衛星とそれらの元期は，2つの先述の等式を満たすほど，かなり近かった．衛星の平均運動の永年差はこれらの等式を，全然，変えない．これらの天体の相互作用により，これらの差は，第1のものの永年差に，第3の永年差の2倍を加えたものが第2の永年差の3倍に等しくなるように互いに調整されている．それらの同じ不規則がゆっくり増大するものは，それらの周期が長いものほど，それに合うように，逆に，近づく．秤動によって，3つの最初の惑星が，先に述べた法則によって，空中で釣り合っているとき，この秤動は，もし，観測値が示すように，これらの運動が公転運動に等しかったら，それらの自転運動になるのである．そうすると，衛星の回転運動がそれらの永年差に加担するようになって，木星の引力が，あたかも，第1の回転に，第3の回転の2倍を加えると第2の衛星の回転の3倍に等しくなるように，その運動を調整する．このとき，衛星の秤動と月の真の秤動の間に大きな類似性を見つけることができ，この理論については，第5編で述べた．ここで，われわれは月の楕円体への地球の引力がそれらの自転と公転の平均運動の間に1つの厳密な等式をたてることとこの等式が消す2つの不定定数は実際の秤動を作る不規則の不定定数で置き換えられることを知った．さらに，公転の平均運動の永年差はこの等式を，全然，変えないことも分かった，というのは地球の作用がこの差に月の自転運動を加担させているからである．

衛星の軌道も，惑星の軌道の大きな変分に似た変化を受ける．それらの運動も，同じように，月の運動に似た永年差に従う．筆者は，広く，これらの不規則のすべての理論ついて述べよう．というのは，それの観測された発展は衛星の質量や木星の扁平率を求めるのに最も便利であるからである．この後者の要素が交点の運動に与える影響がとても大きいので，直接測定よりもより正確にその値を決めるのである．この方法によって，われわれは，木星の短軸が，その赤道の直径に0.9287を掛けた値に等しく，これはこの惑星の扁平率を最も正確に測った中間での値より$\frac{1}{13}$〜$\frac{1}{14}$だけ違うだけである．このような一致は，惑星本体への衛星の重力がそれらの分子のすべての引力からなることの1つの新しい証明であり，地球に対する月について第7編でわれわれが見た通りである．

理論の極限が何であれ，天文学者には解析的な公式を表に変えるために充たすべき広大な課題が残っている．ブバール（Bouvard）は，まず，これらの公式の係数を数値化した．しかしこの

状態でもこの表はまだ 31 の未決定の定数，すなわち，衛星の 12 の微分方程式の 24 の不定定数，これらの天体の質量，木星の扁平率，それの赤道の傾斜角とそれらの交点の位置である．これらの未知のすべての値を知るためには，各衛星の多数の食を議論し，各要素を目立たせるのに最も適切な方法でそれらを組合わせるべきである．ドランブルはこの重要な仕事を行って最大の成功をおさめ，同じ観測値の正確さを用いた観測値を表す彼の表は航海者に，直ちに，衛星の食，とくに，最初のものの食から，彼が到着する場所の経度を見つけるのに，確かで，かつ容易な方法を提供した．

これらの研究の最も興味のある結果の 1 つが衛星の質量の知識，それらが極端に小さいこととそれらの直径を直接測定することをわれわれに禁じているという知識であった．この目的のために，筆者は天文学の現状にあって，最も利点があると思われるデータを選び，筆者の手が届いたところの質量の値がかなり近似していると考える理由があった．これらの値は，時間の経過が軌道の永年変分をうまく知らせてくれたことによって証明された．さて，ここには各衛星の理論の主な要素，とくに，筆者の公式を観測値と比較したものが述べられている．

第 1 衛星の軌道は 1 つの固定平面上を動き，この平面は木星の赤道と軌道の間の，これら 2 つの後者の平面の交点を通り，それの傾斜角は，観測によると，3.4352 度に等しい．木星の赤道上でのこの固定平面の傾斜角は，理論によると 20 秒に過ぎない．したがって見分けがつかない．同じように，その固定平面に対する衛星の軌道の傾斜角も見分けがつかない．したがって第 1 衛星は木星の同じ赤道上を動くと考えてよい．その軌道自身の離心率については，まだ確認されていないが，ただ，第 3 および第 4 衛星の軌道の離心率に少し近いと言われる，なぜなら，これらのすべての物体の相互作用によって，各軌道の固有の離心率が他へと広まるが，それらが遠くなるにつれて少なくなるからである．この衛星の唯一の大きな不規則は，引数として第 1 衛星の平均黄経が第 2 衛星を超える分の 2 倍をもち，かつ，その食の回帰の間に，437.659 日の不規則を生ずる．これは，1 つのデータとして，筆者が衛星の質量を求めるのに使ったものである．また，この値は第 2 衛星の作用によるものではないので，この値からその質量が非常に正確に求められる．

第 1 衛星の食から光の速度が発見できたが，それ以後，光行差の現象がよく知られるようになった．この衛星の理論の現状とその観測値が多量となったので，この現象の方が，直接観測よりも，より正確に決めることができるように思われた．ドランブルは筆者の願いを聞いてくれて，この議論を受け，全光行差として 62.5 秒を得たが，この値はブラッドリーが星での多量の非常に弱い観測値から得たものと正しく同じであった．こんなに違う方法で得た結果がこんなに完全に一致するのを見るとはうれしいことであった．これから，地球の軌道内の全空間内での光の速度は，この軌道の円周上で木星の軌道で囲まれるすべての空間に広げたときの結論と同じであると容易に結論できる．なぜなら，その離心率によるこの惑星の動径の変化は，衛星の食の間で，非常に大きく，また，この食の議論によると，その効果は，光の均一な運動という仮設でのときと，全く，同じであることが証明されているからである．

第 2 衛星の軌道は，1 つの固定平面の上を通り，この平面は，常に，木星の赤道と軌道の間に

あるそれらの交点を通り，この赤道に対する傾斜角は 201 秒である．衛星の軌道はその固定平面に対して 5152 秒傾き，それらの交点はこの平面上を逆行回帰運動を行い，その周期は 29.9142 年である．この値は質量を求めるのにも用いられたデータの 1 つである．この衛星の軌道独自の離心率は観測では得られなかったが，これは第 3，第 4 衛星の軌道の離心率とも少し関係がある．これら 2 つの主な不規則は第 1，第 3 衛星の作用と関係している．3 つの最初の衛星の黄経が互いにもつ比でこれらの不規則を 1 つにまとめると，食の回帰の間の周期は 437.659 日となり，この値は質量を求めるのに用いた 3 番目のデータである．

第 3 衛星の軌道は 1 つの固定平面上を移動し，この平面は，常に，木星の赤道と軌道の間の，それらの交点を通り，この赤道上のそれの傾斜角は 931 秒である．衛星の軌道はその固定平面に対して 2284 秒傾き，それらの交点は，この平面上を逆行回帰運動を行い，その周期は 141.739 年である．天文学者たちは 3 つの最初の衛星の軌道は木星と同じ赤道の上を動くと仮定したが，惑星の軌道上を赤道に対して，他の 2 つの食よりも，3 番目の食によって少し小さい傾斜があることが分かった．この差の原因は分からないが，衛星の軌道は，全然，この赤道の上を移動しないことから生じ，かつ，その傾斜角が大きければ大きい程，衛星は惑星より遠くなる．同じような事が月に対しても第 7 編の第 2 章でも見られた．このために，月の不規則が黄緯に関係するのであり，観測値から求めたこの値が，子午線の測定値から求めたものと同じ正確さを地球楕円体の扁平率に与えてくれた．

第 3 衛星の軌道の離心率は特異な近点離角を示したが，その理由を理論が明らかにした．これらの値は 2 つの異なる中心差に関係する．1 つは，この軌道に特有のもので，1 つの近木点に関係し，その恒星年は 29010 秒である．もう 1 つは第 4 衛星の中心差から出たものと考えることができるもので，後者の近木点に関係する．これは質量を求めるのに役立ったデータの 1 つである．これら 2 つの差は組み合わさって変動する中心差を作り，またその運動が均一でない 1 つの近木点に関係する．これらは同時に起こり，1682 年に加えると，それらの和は 2458 秒に上った．1777 年に，互いに引き合うと，その差は 949 秒にしかならなかった．ワルゲンチン（Wargentin）は 2 つの中心差を用いてこれらの変分を表そうとしたが，それらの 1 つを第 4 衛星の近木点に関係づけることができず，観測結果から，自分の仮説を捨てざるを得ず，変動する中心差のそれに頼らざるを得ず，その変化を観測値から求め，この結果，彼はわれわれが示した結果に近いところに到達した．

最後に，第 4 衛星は木星の赤道に対して 4547 秒傾斜した 1 つの固定平面上を移動し，この後者の平面と惑星の軌道面との間の，この赤道と交わる線を通過する．その固定平面に対する衛星の軌道の傾斜角は 2772 秒で，この平面上のそれらの交点は逆行回帰運動をなし，その周期は 531 年である．この運動のために，木星の軌道上の第 4 衛星の軌道の傾斜角は絶えず変化する．先世紀の中頃に，最小に至ったあと，1680 年から 1760 年にかけて，約 2.7 度の定常状態を保ち，この期間において，木星の軌道上のそれらの交点は，ほぼ，8 分の順行年周運動であった．観測値が示したこの状況は，天文学者たちによってとらえられ，彼らはそれを，長い間，衛星の表の中で使い，成功していたのである．それを与えたものは一連の筆者の公式であり，交点の傾斜角

と運動は，天文学者たちが食を議論したときに得たものとほぼ同じであった．しかし，最近になって，軌道の傾斜角が非常に目立った増加を示し，それは理論の助けを借りないとその法則を知ることが困難になってきた．観測によって垣間見られたこれらの奇妙な現象が解析からこのように出て来るのを見るのは面白いものである．しかし，簡単な不規則がたくさん組み合わさったものから生ずる法則を，天文学者たちが見つけるにはあまりにも複雑過ぎた．第 4 衛星の軌道の離心率は他の軌道より著しく大きい．その近木点は順行年周運動 7959 秒をもっている．これは筆者が質量を求めるのに使った 5 番目のデータである．

各軌道はすべての他の運動にいくらか関係している．それらの固定平面は，厳密に言うとこれではなく，これらは木星の赤道と軌道とともにゆっくり動き，いつも相互の交点も通っている．木星の赤道上のこれらの平面の傾斜角は惑星の赤道上の軌道の傾斜角に比例して絶えず変動する．

衛星の理論はそれらの食の観測に基づいているので，それらの継続時間式を求めるときは，それに影響するすべてのこと，主として木星の楕円体の扁平率を考慮することが大切である．筆者は，一般に，輝く物体で照らされた黒い物体が投げかける影の形を考えてこれらの式に至った．もし，星が，その中心が惑星の陰に入り始めたとき，かくれるとして，それからが衛星の食の時間と結論した．しかし，それらの表面が，たとえ，それら自身では分かりにくくとも，食の中に消え始めた時刻でそうなるのであり，それらの大きさは，今まで知られていなくとも，それらの今までと異なる明るさ，半影効果および木星の大気の中での太陽の光の屈折も，多分，そうであろう，これらの理由のすべてはほとんど算定しにくいので，交点の中や，あるいは惑星上の軌道上のそれらの黄緯がゼロになったときの木星の衛星の食の平均時間を求めるには観測値に頼らざるを得ないのである．これらの時間は，第 1 衛星では 9426 秒，第 2 については 11951 秒，第 3 については 14838 秒，最後の第 4 については 19780 秒が観測されている．

木星の表面上での衛星やその影の出入を観測すると，それらの表面の大きさや衛星の理論の他の多数の要素の上にたくさんの光を広げるであろう．この種の観測を，多数の天文学者があまりにも無視し過ぎているが，筆者に言わせれば，彼らに関心を注がすべきだと思われる．なぜなら，影の内側での接触に関しては，合の瞬間を，食よりももっと正確に，求めるべきだと思われるからである．いまや，衛星に関する理論は，かなり，進んだが，欠けているところは非常に正確な観測でしか，求められないということであるから，新しい観測方法を試すこと，あるいは，少なくとも，それを使用する人に優先権を与えることを保証する必要がある．

土星の衛星の観察が極度に難しいことがその理論を極度に不完全にしたので，この惑星への平均距離やそれらの公転については，正確にはほとんど分かっていない．したがって，今までのところ，それらの摂動を考えるには及ばない．しかし，それらの軌道の位置は数学者や天文学者の関心に値する現象を示している．最初の 6 つの衛星は環の平面内にあるように見えるが，7 番目の軌道はこれから著しく離れている．これは土星がその扁平性でもって 6 つの軌道をその赤道の平面内に保持する作用に関連すると考えるのが自然である．なぜなら，これがこの同じ平面内に惑星が回っている環を保持しているからである．太陽の作用はそれらを環から離れさせようとす

るが，この離れが急速に増加して，軌道の半径の５乗に近くなっても，この離れは，最後の衛星しか大きくならない．土星の衛星の軌道は，月や木星の衛星のように，固定平面上を動き，この平面は惑星の赤道と軌道の間のこれらの面が相互に交差する交点を通り，また，衛星が土星より離れれば離れるほど，この赤道に対する傾斜角は大きくなる．この傾斜角は最後の衛星では比較的大きい．その軌道自身がそれに相当する固定平面に対して傾斜し，その交点はこの平面上で逆行運動をもち，筆者は，この値をこの衛星ですでになされた観測値から求めようとしたが，これらの観測値がかなり不正確であったので，筆者が示す結果は，非常に不完全な一つの近似値にしかならなかった．

天王星の衛星に関しては，まだ知られていることが少ない．ハーシェル（Herschel）の観測によると，唯，これらは惑星の軌道面とほとんど直角な同じ平面内をすべてが動いているということのようである．このことは，明らかに，その赤道面内の同じ位置を示している．筆者は惑星の扁平率が，衛星の作用と相まって，ほぼこの平面内に，それらのいろいろな軌道を保持していると見ている．これが，これらの衛星に対して，その小さいことと離れているということで，いつも，より広い研究を拒絶していると言えるすべてである．

第９編の目的は彗星の摂動の理論である．それらの軌道の離心率や傾斜角の大きさが，これらの天体に惑星や衛星に関する公式をあてはめることを許さない．解析の現状では，それらの運動を無限にある公転を含む解析式で表すことはできないので，それらを微分あるいは積分で求めることにしている．それを求める最も簡単な方法はラグランジュ（Lagrange）に負うところの，彗星の軌道が際限なく変化する１つの楕円と考える方法である．したがって，楕円の各要素が微分関数の積分で表され，この積分を求めるのに，解析は，非常に近似的な方法で，この積分を求めるいろいろな方法を提案する．ここで筆者は最も便利だと思われる形でこれらの微分関数を表し，近似法によってそれを積分する方法を与える．筆者はこの方法を 1759 年の彗星の次回の出現に応用したいと強く望んでいたが，しかしいろいろな仕事でこれができなかったので，人がこれを応用したときに数の代入以外の困難に会わないように，広い範囲に展開することに止めた．

次に，筆者は，特殊な解析を用いて，１つの彗星が１つの惑星に近づき過ぎて，その軌道が全体として変わる場合を扱った．このような特殊な場合は，1770 年の最初の彗星の場合に現れたらしく思われるだけに，それだけますます関心を集めた．この彗星の観測値を放物線運動の法則に従わせることは天文学者には無駄だと思われていた．結局，レクセル（Lexel）がこの彗星はそれが出現している間は 5.5 年とちょっとの公転に相当する１つの楕円の円弧を描くことを知った．バーカート（Burkart）がこの彗星の観測値とそれらを表す適切な楕円の要素についての深い検討から，今では，いかなる疑問もはさめない立派なこの結果を確認したばかりである．しかし，このように速い公転では，この彗星は何回も現れるはずであるのに， 1770 年以前では，全然，観察されていないし，そのあとも全然会っていない．この２つの現象を説明するのに，レクセルは，1767 年と 1779 年に，この彗星は木星のごく近くを通ったので，その行動が 1767 年には小さくなることができ， 1770 年には，それまでは見えなかった彗星が，その近日点距離によって地球から見えるようになり，また逆の作用によって，1779 年にはこの行動が近日点距離

を増加させてたのでその後は彗星が見えなくなったのだと指摘した．しかし，この説明は，1770年に観測された位置から求めた彗星の軌道の要素が，少なくとも，これらの要素を，惑星の引力がそこに生じさせうる変位の限界の中に含まれる程の非常に小さい修正しかしないという先の2つの条件を満足すると仮定しており，これはこれら2つの元期での木星の作用による彗星の摂動の筆者の公式の応用から得られたものである．かくして，同じ元期での近日点距離の2回変化の可能性が確立された．レクセルによって与えられた応用例はかなり本当らしいということになった．

観測されたすべての彗星のうち，前者は地球に最も近づいたもので，したがって，これはこれから著しい変化を受けるはずである．事実，筆者は地球の作用がその公転周期を2日増やすことをみた．しかし，彗星も地球に作用して，同じように，恒星年の長さを修正するはずである．解析によると，もし，彗星の質量が地球のそれと等しかったら，その数値は1日の1/9だけ変わるはずである．ドランブル（Delambre）が太陽の暦を完全にするために行った研究によると，彗星の作用によるこの長さの短縮は3秒しか読められないという．したがって，彗星の質量は地球のそれの$\frac{5}{1000}$にしか当らないことは確かである．一般に，これらの物体の相互作用のみを考慮して求めた惑星や衛星の運動による観測の報告によると，惑星系のあらゆる方向に飛んでいる彗星は多数あるが，それらの引力は現在までのところ，目立たないことを証明している．したがって，それらの質量は1種の極めて小さいものであるはずであり，また，天文学者もそれらがそれらの暦の正確性を打ち消すほど大きいと怖れる理由は全然ないのである．

第10編では宇宙系に関する異なった問題点について考える．万有引力の報告やそれの天体観測に与える影響による最も興味のあることの1つは大気屈折の理論である．われわれは空気を通して天体を見るがこの空気は，天文学者にとってよく知っておかねばならない法則に従って光線を曲げる．これらの法則は空気の成分，それが受ける圧力や熱の変化によって変わる．筆者はそれについて，天体が水平線に近いところに来たときに特殊な技術を要する解析について広い範囲にわたって述べる．したがって，光線の屈折はある法則に関係し，この法則とは，大気層の熱は，空気が高いところになるほど下がるというものである．筆者が提案する法則は，計算が易しいということで，同時に，この熱の減少に関する実験やいろいろな高さでの屈折や気圧の高さの観測値を表すという利点を併せもっている．幸い，天体の高さが11から12度を超すと，屈折は観測者のいるところの空気の状態のみにしか関係しなくなり，この状態はわれわれの気象関連器具によって示される．温度が等しいときは，同じ量の空気の体積はそれが受ける圧力下で同じことを繰り返す．しかし，水銀温度計の変化に応答するこの体積の変化を求めるには，この温度計と空気温度計との関係を正しく知る必要がある．ゲーリュサック（Gai－Lussac）はこれについて非常に正確な実験を多数，実施した．彼は多数の水銀式と空気式の温度計を目盛るのに極度の注意を払い，とくに，自分が使うガラス管を念入りに乾燥した．なぜなら，この目的によるいろいろな物理学者の実験で，その含水量が彼らの結果の差の主要な原因となったからであった．次に，これらの温度計を融解する氷の温度と同じ水槽の中と沸騰する水槽の中に漬けたあと，ガラスの膨張の効果と各実験中の気圧計の変化の作用を補正した多数の結果の中間値から，氷が融解

する温度での，体積が 1 の空気は沸騰する水の温度では 1.375 になるということを発見した，ただし，そのときの気圧計の高さは 0.76m である．トビー マイヤー（Tobie Mayer）という，物理学者であるとともに偉大な天文学者であった人は，自分がその正確性を保証した実験の結果から，同じ温度の増加によって，体積 1 は 1.380 になるとした．この結果と先のそれとの違いは非常に小さく，これによってダルトン（Dalton）の実験は完全に一致した．空気式と水銀式の 2 つの温度計の対応する目盛りをとるために，ゲーリュサックは，これら 2 つの流体が氷の融点の温度から，50 度とした水の沸騰点までの各温度計を満たす 2 つの液体を 2 つの等しい部分に正確に分けた．これらを水槽の中に漬け，この温度に上げて，彼はそれらの差はいつも極めて小さく，符号が相互に反対になることを知ったので，20 回の実験で求めた平均の差は無視できるものであった．このことから，ゼロから沸騰する水の熱までは 2 つの温度計の歩みはほぼ同じであると結論するべきであろう．これらの結果は，気圧計と温度計の表示に対応する空気の密度だけを知ればよいときの屈折の理論を満たしている．しかし，熱理論では，水銀温度計の度数で示される熱の真のそれを知る必要があり，これが，もし，一定の圧力下での一つの容積の空気が温度の上昇によって，その体積に比例するのであれば，筆者が述べたばかりの実験が非常な正確さを与えることになろう．ところで，この仮説は少なくとも非常に正しいようである，なぜなら，もし，空気の体積がいつも同じであると考えると，その温度は上る．その熱が原因である弾性力も同じ比で上昇するであろうと考えるのは，至極，当然である．それをこの新しい状態，すなわち，それが最初に受けた圧力の下におくと，その体積はその弾性力のように，したがって，その温度のように増えるであろう．したがって，空気温度計は，筆者には，熱の変化を正しく示すように思われる．しかし，その構造が難しいので，正確な実験で，その目盛りを水銀温度計のそれと比較することで足りよう．

今までのところ，屈折の計算で，温度計の表示を使ったものは見当らない．これらの現象に及ぼす空気の温度の影響を実験で直接，求めることが望ましい．筆者は，水とその蒸気の屈折力は夫々の密度に比例すると考えてこれを補充したい．このもっともらしい仮説の中で，この蒸気の屈折力は同じ密度の空気のそれより大きいが，等しい圧力下では空気は水の蒸気より密度が大きいので，大気中に広がるこの蒸気による屈折はその場所を占める空気のそれと，ほぼ，同じであるということになる．したがって，屈折に与える空気の温度の効果はほとんど目立たないということになる．これは，雲を通して見た太陽の子午線の高さのいくつかの観測がその境界をはっきり見させてくれたことが実証していることである．

空気は 2 つのガス，窒素と酸素の混合したものであることは知られている．屈折力はそれらの各々で等しくなく，したがって，これらのガスの成分が変わると，空気の屈折力も変わるというのは確からしい．しかし，フンボルト（Humbolt）とゲーリュサックの多くの，かつ，貴重な実験から，この提案は地球の表面では，ほとんど，いつも一定であることが分かり，また，ゲーリュサックは風船にのり，6500m 以上の高さのところの大気を集めに行き，この空気を分析したところ，2 つのガスの比は地上のそれと同じであることが分かった．

大気の屈折力は，1 つは空気の屈折の直接試験によるか，あるいは，天文学的観測で求めるこ

とができる．これらの多数の観測値とその精度を考えると，後者の方が望ましく，また，見かけの高さが 12 度以上での屈折を得るには，少なくとも，もし，空気の屈折力がその密度によるのであれば，非常に正確と思われる 1 つの公式を，また，もし，その温度とその湿度がそれに著しい影響を全然及ぼさないのであれば，多数の観測値と試験によって証明することが重要な 3 つの事柄をそこから筆者は結論した．この目的に最も適切だと思う方法は，非常に寒いときと非常に暑い時に，気圧計が非常に高い時と極端に低いときに，地平面上 12 度あるいは 15 度しか昇らないところのいくつかの星の子午線の高さを観測することだと思われる．この立場から，パリの観測所で長年の間，一連の観測を続けることにした．理論では，地球に対して同心円の同じ空気層の中の密度は一定であると仮定したが，風やその他の原因によってそこに，知ることができない密度を生じ，かつ，屈折に影響することは当然である．われわれが，主として，同じ 1 つの星の観察が表す小さい違いを日が違ったことのせいにするのはこのためである．天文学の装置に何らかの完璧性を与えるとき，この誤差の原因が，いつも，観測の極度の正確性への障害になるのである．

大気の成分に関する先の研究は，気圧計による山の高さの測定のための，非常に簡単な公式へと筆者を導いた．この公式の中で，筆者は海面上の緯度と高さの差から重力の変化を考慮している．筆者はそこに温度計を入れられないかと思ったが，この目的に合う十分な試験に欠けていた．ラモン（Ramond）は非常に正確に，その高さがよく知られているたくさんの山で行った気圧計の多くの正確な観測から，この公式の主要な係数を求めた．

大気はそれを横切る光線の一部を消す．筆者は，同じように，太陽の大気の中でも生ずるはずのこの消滅現象の法則を求めた．ブゲール（Bouguer）の巧妙な実験と太陽の円板のいろいろな点の光の密度について，筆者の公式とを比較したところ，この天体はその大気を剝ぐと 12 倍も明るくなることが分かった．

地球が運動することに反対する主要な議論の 1 つは，この運動を，その表面から離れて 1 個の捨てられたものの運動と両立させることの難しさであった．力学の法則が知られていなときには，地球の自転運動と太陽の周りの平進運動による全速度で，観測者はこれから遠ざかっているのだとわれわれは信じさせられていた．これらの法則が知られてからは，今では，この事柄の上にはいかなる暗影も残っていないが，これらの法則は，地球の自転が放射物の運動に与える効果は，それがいかに小さくとも，適切な実験でそれを明らかにすることができることを教えてくれた．ここでは，ある高い所から物体が落下するときに，地球の日周運動を知るために行った実験と一致する解析について説明する．互いに引き合う物体系の運動が正しく求めることができるいろいろな場合を調べたあとで，筆者は太陽の周りに広がっているエーテル液体の抵抗による永年差の理論をとりあげる．この理論については，すでに，第 7 編の終わりの方で考察したので，ここでは無限の時間に広げる．この抵抗は，もし，太陽の光が同じような液体の振動の中にあるのならば，自然の中にも生ずるであろう．もし，それが太陽の発散物であれば，惑星や月の上でのその衝撃は，これらの天体の速度と結合して，それらの平均運動の中に，筆者がその解析式を与えた加速度を生ずるであろう．しかし，この作用は，この仮説で生ずる太陽の質量の減少によっ

て消滅する．そうすると，この天体の引力は絶えず減少し，惑星の軌道は段々膨張し，それらの運動は光の衝撃によって加速されないほどに減速するであろう．観測によれば，地球の平均運動にはいかなる変化も見当らなので，これから次のように筆者は結論する，1°．太陽は，2000 年前から，自分の成分の 200 万分の 1 も失っていない，2°．月の永年差に及ぼす光の衝撃作用は認められない．この作用の解析は，引力体に向かって極度の速度で動かされる重力液体の産物と考えられる重力に適用される．したがって現象を満足させるためには，この液体には光の速度の，少なくとも 1 億倍より大きい，過大な速度を仮定しなければならないことになる．この速度は，重力の作用に関して数学者が認める仮説の中では無限になろう．したがって，これらの仮説は，大きな誤まりを恐れることなしに用いられよう．ここでは，惑星や衛星の平均運動を変えるような各種の作用がその後陣の中の位置を 1 つも動かさないと言えるし，また観測値から，月の近地点での運動は 1 つのはっきりした永年差に従うことは不変であるから，月の永年差を適用すべきものは流体の抵抗やその衝撃ではないと結論すべきである．これについて，第 7 編では法則やいろいろな理由を展開した．

最後に，この巻を月と惑星の理論への補遺で終わりたい．木星，土星および天王星は 1 つの別の系を作り，これに対して，内側の惑星は全然，大きな影響を与えていない．しかし，これら 3 つの相互作用によって，第 6 編で展開したような大きな不規則を受ける．これらの不規則の発見が木星と土星の暦に望外の正確性を与えた．それらを，もっと完全にするために，ブバール（Bouvard）は，再び，さらに最大の注意を払って，ブラッドリーからわれわれまでの間で，大子午儀とよりよい四分儀でもってグリーンニッチとパリで観測された，これら 2 つの惑星の衝のすべてを論議した．筆者としては，彼らの理論を特別な関心をもって調査し，その結果，筆者の公式を著しく観測値に近づけるいくつかの新しい不規則を見つけることになった．ブバールによって暦になったこれらの公式は，驚くべき正確さで，近代の観測，フラムスチードのそれ，ティコのもの，さらに，アラブ人やギリシャ人のそれらやプトレマイオス，彼の著書アルマゲストでわれわれに伝えたカルデア人たちの観測などを表している．木星と土星が最も古い時代からこの独得の正確さで従っている彼らの相互作用の法則は，われわれに惑星系には他の原因による影響はありえないことを証明している．これらの新しい研究の主要な利点の 1 つとして，土星の質量を正しく知ることができることであり，この値は惑星の離角による方法よりも，この方法によって，著しく正確に決められた．天王星に起因する不規則は余りにも小さいので，それからこの値を結論するには至らなかった．筆者が第 6 編で採用した方法が観測値に，よく，答えているように思われる．

この本の初めに約束した約束を満たすためには，宇宙系に関する数学者や天文学者の研究史を述べることしか，残っていない．これが，第 11 編と最後の編の目的となろう．

ラプラスの天体力学論　第 4 巻

目　次

まえがき…… i

第 8 編　木星，土星および天王星の衛星の理論

第 1 章　木星の衛星の運動方程式 …… 2

第 2 章　軌道の離心率と傾斜角に無関係な木星の衛星の運動の不規則 …… 6

第 3 章　軌道の離心率に関係する衛星の運動の不規則 …… 16

第 4 章　黄緯上の衛星の運動の不規則 …… 25

第 5 章　軌道の離心率と傾斜角との積および両者の 2 乗に関係する不規則 …… 39

第 6 章　摂動力の 2 乗に関係する不規則 …… 46

第 7 章　前述の不規則の数値 …… 64

第 8 章　衛星の食の継続時間について …… 83

第 9 章　衛星の質量と木星の扁平率の決定 …… 94

第 10 章　衛星の軌道の離心率と傾斜角 …… 99

第 11 章　木星の最初の 3 つの衛星の秤動について …… 104

第 12 章　第 4 衛星の理論 …… 107

第 13 章　第 3 衛星の理論 …… 115

第 14 章　第 2 衛星の理論 …… 120

第 15 章　第 1 衛星の理論 …… 125

第 16 章　衛星の食の継続時間について …… 129

第 17 章　土星の衛星について …… 133

第 18 章　天王星の衛星について …… 146

第 9 編　彗星の理論

第 1 章　彗星の摂動の一般理論 …… 150

第 2 章　彗星が惑星に接近したときの彗星の摂動 …… 167

第 3 章　彗星が惑星に及ぼす作用とそれらの質量について …… 177

第 10 編　宇宙系に関する諸問題について

第 1 章　大気屈折について …… 180

第 2 章　地球上での光の屈折について …… 212

第 3 章　地球や太陽の大気中での星の光の減光 …… 216

第 4 章　気圧計による高さの測定について …… 221

第 5 章　高所から落下する物体の挙動について …… 224

第 6 章　互いに引き合う物体系の運動を正確に求めるためのいくつかの場合について…… 233

第 7 章　惑星や彗星が重力や媒質の中を通ることによって受ける運動の変化について…… 238

第 8 章　惑星と衛星の理論への補遺 …… 249

第 9 章　惑星と衛星の質量について …… 264

補遺 1　天体力学論第 10 編への補遺…… 266

補遺 2　毛管作用の理論への補遺…… 309

訳者あとがき…… 359